

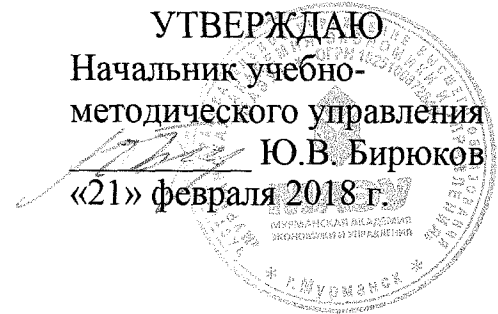


УТВЕРЖДАЮ

Начальник учебно-методического управления

*Ю.В. Бирюков*  
Ю.В. Бирюков

«21» февраля 2018 г.



## **МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ**

**по выполнению домашней контрольной работы №1**

**по дисциплине**

## **«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

**Направление подготовки**

**38.03.01 «Экономика»**

**Направленность (профиль) образовательной программы:**

**«Финансы и кредит»**

**Математический анализ:** Методические рекомендации по выполнению домашней контрольной работы/ **Математический анализ.** – Мурманск: ЧОУ ВО «МАЭУ», 2018. - 22 с.

**Математический анализ: Методические рекомендации по выполнению домашней контрольной работы:** предназначены для обучающихся по направлению 38.03.01 «Экономика»; для заочной формы обучения.

# ВВЕДЕНИЕ

Цель курса математический анализ в системе подготовки – освоение необходимого математического аппарата.

Задачи изучения математического анализа как фундаментальной дисциплины состоят в развитии логического и алгоритмического мышления, в выработке умения моделировать реальные процессы.

**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Таблица 1 – Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Вид деятельности и проф. задачи	Планируемые результаты	Уровень освоения компетенции
ОПК-3	способностью выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы		<i>Знать</i> способы решений дифференциальных уравнений; применение дифференциальных уравнений при описании экономических процессов;	Пороговый
			<i>Уметь:</i> применять методы математического анализа и моделирования находить решения дифференциальных уравнений, в том числе и численные решения; интерпретировать полученные решения в соответствии с решаемой задачей.	Базовый

			<i>Владеть:</i> методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов	Продвинутый
<i>ПК-1</i>	способностью собрать и проанализировать исходные данные, необходимые для расчета экономических и социально-экономических показателей, характеризующих деятельность хозяйствующих субъектов	аналитическая, научно-исследовательская деятельность: поиск информации по полученному заданию, сбор и анализ данных, необходимых для проведения конкретных экономических расчетов	<i>Знать</i> основы математического анализа, необходимые для решения экономических задач;	Пороговый
			<i>Уметь</i> применять методы математического анализа при выполнении различных расчетов;	Базовый
			<i>Владеть</i> навыками деловых коммуникаций.	Продвинутый
<i>ПК-8</i>	способностью использовать для решения аналитических и исследовательских задач современные технические средства и информационные технологии	Аналитическая, научно-исследовательская деятельность: обработка массивов экономических данных в соответствии с поставленной задачей, анализ, оценка, интерпретация полученных результатов и обоснование выводов	<i>Знать</i> - Основы современных технических средств и информационных технологий, необходимых для решения аналитических и исследовательских задач;	Пороговый
			<i>Уметь</i> Применять информационные технологии при выполнении различных расчетов и обработки массивов экономических данных;	Базовый
			<i>Владеть</i> Навыками обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей техническими средствами	Продвинутый

			информационными технологиями	
--	--	--	---------------------------------	--

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

## Раздел I Введение в анализ

### Тема 1 Функции

*Понятие о множествах. Действительные числа и числовые множества. Постоянные и переменные величины. Функции и способы их задания. Область определения функции. Четные, нечетные, монотонные и ограниченные функции. Сложная функция. Понятие элементарной функции. Основные элементарные функции и их графики. Неявные функции.* (гл. 4, § 4.1–4.3, 4.6; с. 95–99, 100–103, 115–117); (2, гл. 5,4).

Прежде всего, полезно ознакомиться с некоторыми логическими символами и кванторами, чтобы использовать их в дальнейшем для сокращения записей (1, с. 123).

Изучение темы следует начать с основных понятий теории множеств, [1, с. 123–124]. Далее нужно четко усвоить важнейшее понятие математического анализа – функции, уметь находить область ее определения, знать три способа задания функции: аналитический, графический, табличный.

Студенту нужно знать простейшие преобразования для построения функций, как-то: сдвиг графика  $y=f(x+a)+b$  вправо при  $a < 0$  и влево при  $a > 0$ , а также на  $|b|$  параллельно оси  $Ox$  вниз при  $b < 0$  и вверх на  $|b|$  при  $b > 0$ ; сжатие  $0 < m < 1$  (растяжение  $m > 1$ ) графика функции  $y=m \cdot f(x)$  вдоль оси  $Ox$ .

В курсе рассматриваются в основном элементарные функции. Студент должен уяснить определение элементарной функции (1, с. 132) четко знать свойства и строить графики следующих основных элементарных функций:  $y = C$  (постоянная),  $y = x^n$  (степенная),  $y = a^x$  (показательная),  $y = \log_a x$  (логарифмическая). Необходимо усвоить понятие сложной функции (функции от функции).

Построение графика четной (нечетной) функции можно значительно упростить, если учесть, что графики четных функций симметричны относительно оси  $Oy$ , а нечетных – относительно начала координат. Одним из характерных свойств функции является монотонность (т.е. возрастание или убывание на каком-либо промежутке).

Студенту необходимо уяснить, что функции находят широкое применение в экономической теории. Знать конкретные виды функций и их сущность (функция полезности, функция издержек и т.д.).

*Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в заданном направлении, через две данные точки. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Точка пересечения двух прямых.* (1, гл. 5, § 5.1–5.5, 5.7, с. 123–132, 138, 139).

Студенту необходимо прочно усвоить материал, который будет использован при изучении экономико-математических методов и прикладных моделей (линейное программирование). Большое значение здесь имеет определение уравнения линии на плоскости как уравнения с двумя переменными  $x$  и  $y$ , которому удовлетворяют координаты каждой точки этой линии и не удовлетворяют координаты любой точки, не лежащей на ней. Из этого определения следуют два важных для практики положения, которые нужно знать:

1. Если задано уравнение линии, то можно установить, принадлежит ли ей какая-либо точка плоскости. Для этого достаточно подставить координаты точки в уравнение линии вместо переменных  $x$  и  $y$ . Если окажется, что они удовлетворяют уравнению, то точка принадлежит линии, в противном случае – не принадлежит.

2. Координаты точки пересечения двух линий, заданных своими уравнениями, удовлетворяют обоим уравнениям. Поэтому для нахождения координат точки пересечения двух линий нужно решить систему, составленную из их уравнений. Этот вопрос должен быть усвоен твердо.

Студент должен знать простейшие виды уравнений прямой и уметь пользоваться ими при решении задач. Соответствующий учебный материал приведен в (1, с.95–99, 100–103,115–116).

Обратите особое внимание на нахождение уравнений прямых, параллельной и перпендикулярной данной прямой (пример 4.5).

Рекомендуется разобрать задачи с решениями N4.1–4.3, 4.5, 4.10, 4.12 и задачи для самостоятельного решения N 4.14–4.19, 4.21–4.23 по учебнику (1) и аналогичные задачи по практикуму (2).

## **Тема 2 Пределы и непрерывность**

*Предел числовой последовательности. Предел функции в бесконечности и точке. Бесконечно малые величины и их свойства. Бесконечно большие величины. Основные теоремы о пределах: теорема единственности, предел суммы, произведения, частного. Признаки существования предела. Второй замечательный предел. Число  $e$ . Понятие о натуральных логарифмах. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Вычисление пределов.* (1, гл.6, § 6.1–6.7); (2, гл.6).

Необходимо ознакомиться с определением предела числовой последовательности (1, с.141,142) и его геометрической интерпретацией; понять определение предела функции в точке (1, с.143–146) и в бесконечности и познакомиться с их геометрической интерпретацией.

Суть предела числовой последовательности в том, что для любого сколь угодно малого положительного числа  $\varepsilon > 0$  можно найти номер числовой последовательности ( $N=N(\varepsilon)$ ), что для всех членов последовательности с номерами  $n > N$  верно неравенство  $|a_n - A| < \varepsilon$ .

Весьма важным являются понятия бесконечно малых и бесконечно больших величин (1, с.147–153), суть которых сводится к тому, что при своем изменении бесконечно малая (по абсолютной величине) будет меньше любого, сколь угодно



малого числа  $\varepsilon < 0$ , а бесконечно большая будет больше любого сколько угодно большого числа  $M > 0$ .

Нужно знать взаимосвязь бесконечно больших и бесконечно малых величин, с помощью которых доказываются теоремы о пределах. Следует обратить внимание на признаки существования пределов, особенно на теорему 1 (1, с.155), часто позволяющую установить наличие предела значительно проще, чем при использовании его определения.

Необходимо (без вывода) знать второй замечательный предел в двух формах

записи:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = e$  и  $\lim_{y \rightarrow \infty} (1 + y)^{1/y} = e$ .

Понятие непрерывности функции (в точке, на промежутке) является более простым, чем предел, так как оно выражается непрерывностью графика при прохождении данной точки, данного промежутка (без отрыва карандаша от листа бумаги). Наряду с интуитивным представлением надо знать определение непрерывности функции в точке и на промежутке, свойства непрерывных функций (1, с. 161–166), а также то, что всякая элементарная функция непрерывна в каждой точке области определения и может иметь разрыв лишь на границах области определения.

Необходимо ознакомиться с теоретическими вопросами и дать на них ответы.

Рекомендуется разобрать задачи с решениями №6.1-6.3, 6.5, 6.6, 6.8, 6.9-6.11, 6.13, 6.14 и задачи для самостоятельной работы № 6.18, 6.20–6.27, 6.33–6.36, 6.38–6.41 по учебнику (1) и аналогичные задачи по практикуму (2).

## **Раздел II ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ**

### **Тема 3 Производная**

*Задачи, приводящие к понятию производной. Производная, ее геометрический, механический и экономический смысл. Уравнение касательной к плоской кривой; Дифференцируемость функции. Связь между*

*дифференцируемостью и непрерывностью функции (необходимый признак дифференцируемости). Основные правила и основные формулы дифференцирования. Производная сложной функции Производные высших порядков.* (1, гл. 7, § 7.1–7.7, с. 176–205); (2, гл. 7).

Необходимо изучить задачи, приводящие к понятию производной: задачи о касательной и задачи о скорости движения (1, с.176, 177), задачи о производительности труда (экономический смысл производной).

После этого нужно усвоить определение производной как предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении последнего к нулю. Нужно знать обозначение производной, алгоритм ее вычисления, основываясь на теории пределов.

Студент обязан понимать геометрический и механический смысл производной (1, с.178, 181), уметь решать простейшие задачи по вычислению производной на основе алгоритма ее вычисления; знать и уметь применять основные правила дифференцирования, вычислять производную сложной и обратной функций. При этом нужно знать четко правила вычисления элементарных функций (1, с. 188,193), знать наизусть таблицу производных (1, с.192). Это позволит усвоить дифференцирование сложных функций, обратных функций, неявно заданных функций (1, с.193), находить производные от произведения, суммы, разности, а также вычислять производные высших порядков. Нужно знать использование понятия производной в экономике, понятие эластичности функции, свойства эластичности функции.

Изучая материал этой темы, студенты знакомятся с необходимым условием дифференцируемости функции. Необходимо четко уяснить, что из дифференцируемости функции в некоторой точке следует ее непрерывность в этой точке. Обратная теорема несправедлива, так как существуют непрерывные функции, которые в некоторых точках могут не иметь производной (1, с. 179, 180).

Рекомендуется разобрать задачи с решениями N 7.1–7.8, 7.10, 7.13, 1.15–7.17 и задачи для самостоятельной работы N 7.20–7.29, 7.35, 7.42, 7.43, 7.46–7.49 по учебнику (1) и аналогичные задачи по практикуму (2).

Для усвоения темы нужно решить задачи контрольной работы, ответить письменно на теоретические вопросы в контрольной работе.

#### **Тема 4 Приложения производной**

*Правило Лопиталя ('без вывода), Теорема Ролля и Лагранжа (с нестрогими геометрическими доказательствами). Признаки возрастания и убывания функции. Экстремум функции. Необходимые и достаточные признаки экстремума (второй достаточный признак – без доказательства). Исследование функции (область определения, четность и нечетность, интервалы монотонности и точки экстремума, поведение функции при  $x \rightarrow \pm\infty$  и в точках разрыва, горизонтальные и вертикальные асимптоты, точки пересечения графика с осями координат) и построение ее графика. Квадратичная функция  $y = ax^2 + bx + c$  и ее график. Дробно-линейная функция  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  и ее график. (1, гл. 8, § 8.1 – 8.5, 8.7 – 8.9; с. 205 – 21, 225 – 236); (2, гл. 8).*

Нужно уяснить, что правило Лопиталя является эффективным средством вычисления пределов. При этом нужно понимать, что предел отношения двух бесконечно малых или бесконечно больших функций заменяется вычислением отношения их производных. Это правило можно использовать для вычисления целого ряда неопределенностей.

С помощью производных можно эффективно исследовать функции на возрастание и убывание, определять экстремумы функций (1, с.216,217), наибольшее и наименьшее значение. Для этого необходимо знать теоремы о достаточных условиях возрастания и убывания функции, определения точек минимума и максимума, первое и второе достаточное условие экстремума, определение выпуклости и вогнутости функции (выпуклости вниз). Необходимо знать общую схему исследования функции, кроме п.6,7 (1, с.232).

В учебном пособии приведена схема исследования функции для нахождения характерных точек и особенностей, по которым можно построить ее график (1, с. 232). Выполнение пункта б' этой схемы, связанного с нахождением интервалов выпуклости функции и точек перегиба, в программу не входит.

Рекомендуется разобрать задачи с решениями с 8.1–8.3, 8.4–8.7; 8.9, 8.11–8.15, 8.17 и задачи для самостоятельной работы N 8.19–8.31, 8.32–8.34, 8.41–8.53 по учебнику (1) и аналогичные задачи по практикуму (2), обратив особое внимание на исследование функций и построение их графиков.

## Тема 5 Дифференциал функции

Студенту нужно разобраться с определением дифференциала функции и четко уяснить, что дифференциал функции (1, с.244) – главная линейная относительно  $\Delta x$  часть приращения функции, равная произведению производной на приращение независимой переменной.

$$dy=f'(x)\Delta x$$

Необходимо уяснить геометрический смысл дифференциала (1, с.245).

Дифференциал функции – есть приращение ординаты касательной, проведенной к графику функции  $y=f(x)$  в данной точке, когда  $x$  – получает приращение  $\Delta x$ .

Операция нахождения дифференциала сводится к нахождению производной и также называется дифференцированием функции.

Студенту необходимо уяснить сущность инвариантности формы дифференциала. Для этого нужно понять, что  $dy=f'(x)dx$  и  $dy=f'(u)du$  (1, с.246), если  $y=f(u)$ , а  $u=\varphi(x)$ . Тогда по правилу дифференцирования сложной функции  $y'=f'(u)u'$ , а  $u'dx=du$  (1, с.244, формула 9.2) и  $dy=f'(x)dx=f'(u)u'dx=f'(u)du$ .

Вид формы (инвариантность формы – это независимость формы от дифференцируемой функции) дифференциала не меняется от характера дифференцируемой функции.

Весьма важным является практическое приложение дифференциала для приближенных вычислений. Необходимо уяснить из геометрического смысла дифференциала, что чем «круче» график функции, тем меньше нужно брать приращение аргумента  $\Delta x$  для вычисления функции с заданной точностью.

Необходимо разобрать задачи №9.1–9.3, 9.5–9.12 (1, с. 244–250) и аналогичные задачи по практикуму (2). При этом нужно понять, что последующее значение функции (1, с.247, пример 9.3) можно вычислять через предыдущее.

Если предыдущее значение  $f(x)=\sqrt[n]{x}$ , а последующее  $f(x+\Delta x)=\sqrt[n]{x+\Delta x}$ , то

$$\sqrt[n]{x+\Delta x} \approx \sqrt[n]{x} + \frac{\sqrt[n]{x}}{nx} \cdot \Delta x.$$

Это так, ибо  $\Delta y = \sqrt[n]{x+\Delta x} - \sqrt[n]{x} \frac{\Delta y}{\Delta x} \approx \frac{\sqrt[n]{x}}{nx} = f'(x)$ . Поэтому цепочка вычислений такова. Вычисляется предыдущее значение функции, а затем последующее. Чем меньше шаг по приращению аргумента  $x$ , тем больше точность вычисления функции.

На вычислении дифференциала основаны многие численные методы в математике.

Студенту необходимо разобраться в вычислении относительной погрешности через дифференциал (1, с.247,248) и эластичность функции (1, с.196)  $E_x(y)=x(y')/y$ .

## Раздел III ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

### Тема 6 Функции нескольких переменных

*Функции двух и нескольких переменных. Частные производные и техника дифференцирования. Экстремум функции двух переменных и его необходимое условие. Понятие об эмпирических формулах и методе наименьших квадратов. Построение методом наименьших квадратов линейной функции по эмпирическим данным (вывод системы нормальных уравнений).* (1, гл. 15, § 15.1, 15.3, 15.6, 15.8; с. 397–400, 404–406, 410–413); (2, гл. 15).

**При изучении этой темы необходимо проводить сравнение с функциями одной переменной и по аналогии определять область определения, но только множеством точек плоскости, а также графики в виде поверхности в пространстве (1, пример 15.2, с.400).**

При определении частной производной необходимо использовать понятие частного приращения.

Техника дифференцирования функции двух переменных включает те же правила и принципы, которые использовались для нахождения производных функций одной переменной (1, пример 15.7,15.8,с.405–406).

Метод наименьших квадратов имеет большое прикладное значение в экономических исследованиях.

Эмпирическая формула включает неизвестные переменные, а критерием ее точности является функция этих параметров, то есть функция нескольких переменных.

Критерий минимизируют, то есть находят экстремум функции нескольких переменных, получают с помощью метода наименьших квадратов формулу, которая является приближением с заданной точностью таблично заданной функции (1, пример 15.11), (2, с.363 –368).

Необходимо обратить внимание на оценку погрешности приближения.

Разобрать задачи с решениями (1, N15.7, 15.9, 15.13) , для самостоятельного решения (1, N 15.23–15.32, 15.39).

**Таблица соотношения начальной буквы фамилии студента и варианта  
контрольных заданий**

Начальная буква фамилии	Вариант задания
А, Е, Л	Первый
Р, Х, Э	Второй
Б, Ж, М	Третий
С, Ц, Ю	Четвертый
В, З, Н	Пятый
Т, Ч	Шестой
Г, И, О	Седьмой
У, Ш	Восьмой
Д, К, П	Девятый
Ф, Щ, Я	Десятый

# ЗАДАНИЯ ДЛЯ ДОМАШНЕЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

## ВАРИАНТ №1

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x + 1}{3 - x^2}$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = \frac{x^2 + 1}{2x + 3}$

2.  $y = 2\sqrt{\sin x}$

**Задание № 3. Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^3 - 3x + 5$  в точке  $x_0 = 2$ .

**Задание № 4. Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = 2x^3 + 3x^2 + 1$$

**Задание № 5. Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y.$$

## ВАРИАНТ №2

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 125}{x - 5}$  ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + x^3}{x^2 + x^3}$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = \frac{5}{x^3} + 3\sqrt{x}$

2.  $y = 3e^{-2x}$

**Задание № 3 Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = 4x - x^2$  в точке  $x_0 = -1$ .

**Задание № 4 Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = x - x^3$$

**Задание № 5 Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = x^2 + xy + y^2 - 4x - 5y.$$



### ВАРИАНТ №3

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 9x}{x^2 - 3x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - 1}$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = \frac{x^2 + 1}{2x + 3}$                       2.  $y = \ln(2x - 1)$

**Задание № 3 Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^2 + 1$  в точке  $x_0 = 2$ .

**Задание № 4 Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = x^3 + 3x - 2$$

**Задание № 5 Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = -x^2 + xy + y^2 - 2x - 6y.$$

### ВАРИАНТ №4

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2 - x}{x - 3x^2 + 4x^3}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 1}{x - 3x^2}$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x} + \frac{1}{2}x^4$                       2.  $y = \sin 5x$

**Задание № 3 Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^3 - 3x$  в точке  $x_0 = -1$ .

**Задание № 4 Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = x^4 + 4x^2$$

**Задание № 5 Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = -x^2 - xy + y^2 + 3x + 6y.$$

## ВАРИАНТ №5

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x^3}{x - 2x^2 + 6x^3}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = 2^x + x^2$  2.  $y = \arctg 3x$

**Задание № 3 Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^3 + 2x$  в точке  $x_0 = 2$ .

**Задание № 4 Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = 4x^4 - x^3$$

**Задание № 5 Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = -x^2 + xy - 2y^2 + x + 10y - 8.$$

## ВАРИАНТ №6

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 8x^3}{x + 2x^3 - x^2}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = 3\operatorname{tg}x - \sqrt{x}$  2.  $y = (5x^2 + 3)^6$

**Задание № 3 Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^3 - 3$  в точке  $x_0 = -1$ .

**Задание № 4 Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = 4x^3 - 8x^2$$

**Задание № 5 Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = x^2 + 2xy - 4x - 8y.$$

## ВАРИАНТ №7

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sin 2x}$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = -3x^{-5} + 15x^{-4}$  2.  $y = e^{x^3}$

**Задание № 3 Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{9}x^2$  в точке  $x_0 = 3$ .

**Задание № 4 Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = x^3 - 3x$$

**Задание № 5 Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = 2xy - 4x - 2y.$$

## ВАРИАНТ №8

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{5}{x}}$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = 4x^{\frac{3}{4}} + 4x^{\frac{1}{2}} + 3x$  2.  $y = 3 \ln x - x^2$

**Задание № 3 Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = 3x^3 - 3x^2$  в точке  $x_0 = -2$ .

**Задание № 4 Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = 12x - x^3$$

**Задание № 5 Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = x^2 + xy + y^2 + x - 6y.$$

## ВАРИАНТ №9

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{5x}}$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = \sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2}$       2.  $y = \sin\left(x + \frac{1}{x}\right)$

**Задание № 3 Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^2 - 3x$  в точке  $x_0 = 2$ .

**Задание № 4 Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = \frac{1}{3}x^3 + x^2$$

**Задание № 5 Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 1$$

## ВАРИАНТ №10

**Задание № 1 Вычислить пределы:**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$

**Задание № 2 Найти производные функций:**

1.  $y = 3 \ln x - x^3$       2.  $y = \cos^2 x$

**Задание № 3 Решить задачу:** Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = 2x^2 - 5x + 1$  в точке  $x_0 = -2$ .

**Задание № 4 Исследовать функцию с помощью производных и построить график:**

$$y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$$

**Задание № 5 Найти точки экстремума функции нескольких переменных:**

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$$

## **ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

Основная литература:

Математика для экономистов (математический анализ и линейная алгебра).  
Задачник (для бакалавров). Учебное пособие [Электронный ресурс]: учебное  
пособие / С.И. Макаров, М.В. Мищенко. – Электрон. текстовые данные. —  
Москва : КноРус, 2018. — 358 с. — ISBN 978-5-406-06423-8. - Режим доступа:  
<https://www.book.ru/book/930056> — ЭБС BOOK.ru, по паролю

Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс]:  
задачник / Г.Н. Берман. – Электрон. текстовые данные. — Москва : Эколит, 2015.  
— 432 с. — ISBN 978-5-4365-0169-7. - Режим доступа:  
<https://www.book.ru/book/918448> — ЭБС BOOK.ru, по паролю

Дополнительная литература:

Математика (для бакалавров). Учебник [Электронный ресурс] : учебник /  
И.Ю. Седых, С.Я. Криволапов, А.Ю. Шевелев. – Электрон. текстовые данные. —  
Москва : КноРус, 2019. — 719 с. — ISBN 978-5-406-05914-2. - Режим доступа:  
<https://www.book.ru/book/929527> — ЭБС BOOK.ru, по паролю

Математика для экономистов и менеджеров (для бакалавров).  
Учебник [Электронный ресурс] : учебник / Н.Ш. Кремер. – Электрон. текстовые  
данные. — Москва : КноРус, 2019. — 480 с. — ISBN 978-5-406-03461-3. - Режим  
доступа: <https://www.book.ru/book/931154> — ЭБС BOOK.ru, по паролю

Математика для экономистов и менеджеров [Электронный ресурс] :  
учебник / Н.Ш. Кремер под общ. ред. и др. – Электрон. текстовые данные. —  
Москва : КноРус, 2017. — 480 с. — Для бакалавров. — ISBN 978-5-406-03461-3. -  
Режим доступа: <https://www.book.ru/book/926385> — ЭБС BOOK.ru, по паролю

Математика для экономистов и менеджеров. Практикум [Электронный  
ресурс] : учебное пособие / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин,  
М.Н. Фридман. – Электрон. текстовые данные. — Москва : КноРус, 2017. —

480 с. — Для бакалавров. — ISBN 978-5-406-03462-0. - Режим доступа: <https://www.book.ru/book/927668> — ЭБС BOOK.ru, по паролю

Математика для экономистов [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.И. Макаров. – Электрон. текстовые данные. — Москва : КноРус, 2016. — 264 с. — ISBN 978-5-406-05090-3. - Режим доступа: <https://www.book.ru/book/918834> — ЭБС BOOK.ru, по паролю

Математика для экономистов [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.И. Макаров. – Электрон. текстовые данные. — Москва : КноРус, 2015. — 264 с. — ISBN 978-5-406-04283-0. - Режим доступа: <https://www.book.ru/book/918784> — ЭБС BOOK.ru, по паролю

Математика для экономистов. Задачник [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.И. Макаров под ред., М.В. Мищенко под ред. – Электрон. текстовые данные. — Москва : КноРус, 2016. — 358 с. — ISBN 978-5-406-04700-2. - Режим доступа: <https://www.book.ru/book/918106> — ЭБС BOOK.ru, по паролю

Математика и информатика [Электронный ресурс] : учебное пособие / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев, В.Б. Уткин. – Электрон. текстовые данные. — Москва : КноРус, 2017. — 361 с. — Бакалавриат. — ISBN 978-5-406-00864-5. - Режим доступа: <https://www.book.ru/book/922019> — ЭБС BOOK.ru, по паролю